

# Grundwissen Mathematik 5. Klasse

## GWM 5.1 | Zahlenmengen

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$  Menge der natürlichen Zahlen

$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  Menge der natürlichen Zahlen mit Null

$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$  Menge der ganzen Zahlen

**Primzahlen:** Eine Zahl die genau zwei Teiler hat, heißt **Primzahl**.

**Menge der Primzahlen** =  $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, \dots\}$

**Primfaktorzerlegung:** Jede Zahl lässt sich eindeutig in ein Produkt von Primzahlen zerlegen.

Beispiel:  $60 = 2 \cdot 30 = 2 \cdot 2 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

**Menge der Quadratzahlen** =  $\{1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441, 484, 529, 576, 625, \dots\}$

**Römische Zahlen:**

I = 1      V = 5      X = 10      L = 50      C = 100      D = 500      M = 1000

I, X, C, M dürfen bis zu dreimal nacheinander stehen. I, X, C werden beim Voranstellen einmal abgezogen.

Beispiel: MCMXCIV = 1994,    MMMDCCCLXXXVIII = 3888

## GWM 5.2 | Fachbegriffe beim Rechnen

<p><b>Addition:</b>  <math>171 + 19 = 190</math>                      1. Summand + 2. Summand = Wert der Summe                      Summe</p>	<p><b>Subtraktion:</b>  <math>190 - 19 = 171</math>                      Minuend – Subtrahend = Wert der Differenz                      Differenz</p>
<p><b>Multiplikation:</b>  <math>125 \cdot 8 = 1000</math>                      1. Faktor · 2. Faktor = Wert des Produktes                      Produkt</p>	<p><b>Division:</b>  <math>1000 : 8 = 125</math>                      Dividend : Divisor = Wert des Quotienten                      Quotient</p>

## GWM 5.3 | Potenzen

**Potenz:**  $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^6$ ;

Beispiel:  $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^7$

**Merke:**  $2^3 = 8$  aber  $2 \cdot 3 = 6$

<p><math>3^5 = 243</math>                      Basis<sup>Exponent</sup> = Wert der Potenz                      Potenz</p>
---

## GWM 5.4 | Rechengesetze und die Bedeutung der Null

**Reihenfolge:** „Klammer vor Potenz vor Punkt vor Strich!“

Was noch nicht zum Rechnen dran ist, schreibt man unverändert an!

<b>Kommutativgesetz:</b>	$a \cdot b = b \cdot a$	$5 \cdot 3 = 3 \cdot 5$
	$a + b = b + a$	$5 + 3 = 3 + 5$
<b>Distributivgesetz:</b>	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$	$2 \cdot (5 + 3) = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3$
	$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$	$2 \cdot (5 - 3) = 2 \cdot 5 - 2 \cdot 3$
	$(a + b) : c = a : c + b : c$	$(170 + 51) : 17 = 170 : 17 + 51 : 17$
	$(a - b) : c = a : c - b : c$	$(170 - 51) : 17 = 170 : 17 - 51 : 17$
<b>Assoziativgesetz:</b>	$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c$	$(2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5) = 2 + 3 + 5$
	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = a \cdot b \cdot c$	$(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5) = 2 \cdot 3 \cdot 5$

**Null bei der Multiplikation**

Ist ein Faktor Null, so ist auch der Produktwert Null.  $3 \cdot 0 = 0 \cdot 3 = 0$ .

Ist der Produktwert Null, so muss mindestens ein Faktor Null sein. Aus  $a \cdot b = 0$  folgt:  $a = 0$  oder  $b = 0$ .

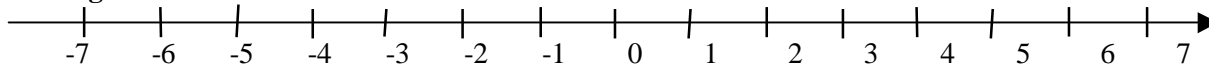
**Null bei der Division**

Allgemein:  $0 : a = 0$  (für  $a \neq 0$ )       $0 : 5 = 0$

**Die Division durch Null ist nicht erlaubt!**

**GWM 5.5 Ganze Zahlen**

**Zahlengerade:**



**Betrag:** Der Betrag einer Zahl ist ihre Entfernung vom Nullpunkt.

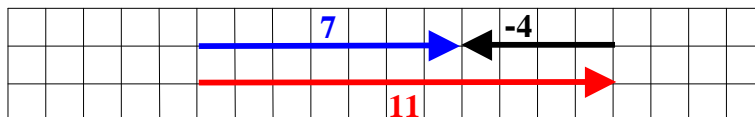
Beispiel:  $|-4| = 4$ ;  $|4| = 4$

Zahlen, die gleichen Betrag aber verschiedene Vorzeichen haben, heißen **Gegenzahlen**.

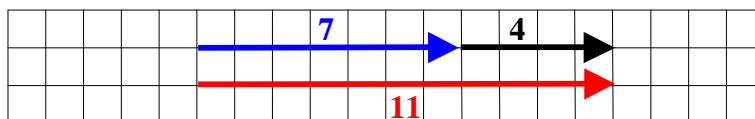
Beispiel: 4 und -4; 3 und -3

**GWM 5.6 Rechnen mit ganzen Zahlen: Addition und Subtraktion**

$(+11) + (-4) = 11 - 4 = 7$



$(+11) - (+4) = 11 - 4 = 7$



$5 + (+3) = 5 + 3 = 8$   
 $5 + (-3) = 5 - 3 = 2$   
 $5 - (+3) = 5 - 3 = 2$   
 $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$

$-5 + (+3) = -5 + 3 = -2$   
 $-5 + (-3) = -5 - 3 = -8$   
 $-5 - (+3) = -5 - 3 = -8$   
 $-5 - (-3) = -5 + 3 = -2$

**GWM 5.7 Rechnen mit ganzen Zahlen: Multiplikation und Division**

**Regel:** Gleiche Vorzeichen ergeben beim Multiplizieren und Dividieren „+“, ungleiche „-“.

$3 \cdot (+5) = 15$        $15 : (+5) = 3$        $-3 \cdot (+5) = -15$        $-15 : (+5) = -3$   
 $3 \cdot (-5) = -15$        $15 : (-5) = -3$        $-3 \cdot (-5) = 15$        $-15 : (-5) = 3$

**GWM 5.8 Größen und Maßstab**

**Länge:** Umrechnungszahl 10      Ausnahme: 1 km = 1000 m;

1 m = 10 dm	1 dm = 10 cm	1 cm = 10 mm	
1 m = 0,001 km	1 dm = 0,1 m	1 cm = 0,1 dm = 0,01 m	1 mm = 0,1 cm = 0,01 dm = 0,001 m

**Fläche:** Umrechnungszahl 100       $1 \text{ km}^2 = 1 \text{ km} \cdot 1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \cdot 1000 \text{ m} = 1\,000\,000 \text{ m}^2$

1 km <sup>2</sup> = 100 ha	1 ha = 100 a	1 a = 100 m <sup>2</sup>	
	1 ha = 0,01 km <sup>2</sup>	1 a = 0,01 ha = 0,0001 km <sup>2</sup>	
1 m <sup>2</sup> = 100 dm <sup>2</sup>	1 dm <sup>2</sup> = 100 cm <sup>2</sup>	1 cm <sup>2</sup> = 100 mm <sup>2</sup>	
1 m <sup>2</sup> = 0,01 a = 0,0001 ha	1 dm <sup>2</sup> = 0,01 m <sup>2</sup>	1 cm <sup>2</sup> = 0,01 dm <sup>2</sup>	1 mm <sup>2</sup> = 0,01 cm <sup>2</sup>

**Masse:** Umrechnungszahl 1000

1 t = 1000 kg	1 kg = 1000 g	1 g = 1000 mg	
	1 kg = 0,001 t	1 g = 0,001 kg	1 mg = 0,001 g

**Zeit:** 1 a = 365 d      1 d = 24 h      1 h = 60 min      1 min = 60 s

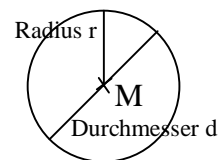
**Maßstab:** Der Maßstab 1 : 100 (lies 1 zu 100) bedeutet:

1 cm in der Zeichnung entspricht 100 cm in der Wirklichkeit.

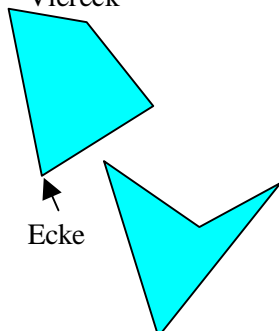
Beispiel: Eine 5 cm lange Strecke in einer Karte mit dem Maßstab 1 : 250000 entspricht in der Wirklichkeit  $5 \cdot 250000 \text{ cm} = 1250000 \text{ cm} = 12500 \text{ m} = 12,5 \text{ km}$ .

## GWM 5.9 Kreis Vierecke

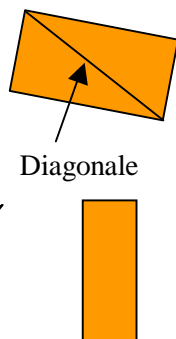
Alle Punkte, die von einem Punkt M aus gleich weit entfernt sind, liegen auf einem Kreis.



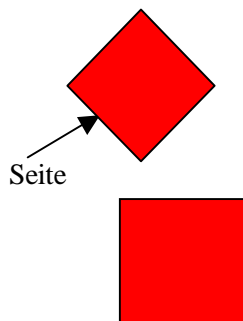
allgemeines Viereck



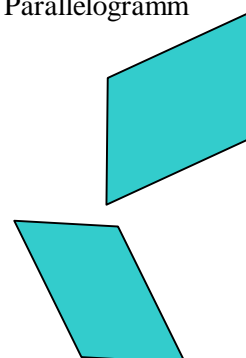
Rechteck



Quadrat

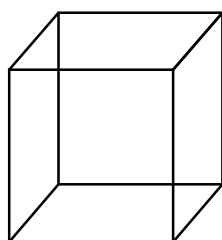


Parallelogramm

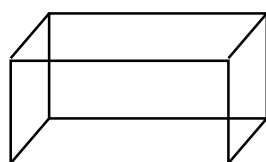


## GWM 5.10 Körper

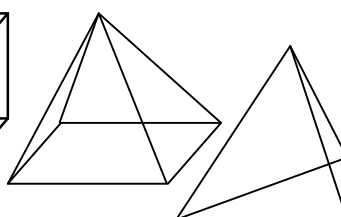
Würfel



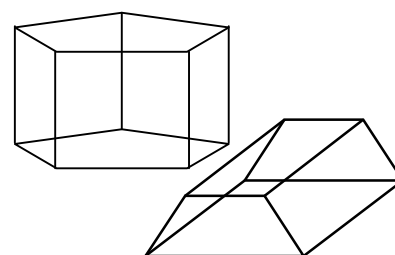
Quader



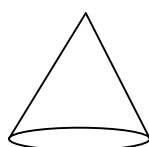
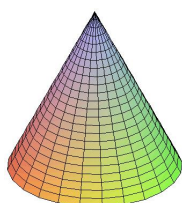
Pyramide



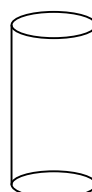
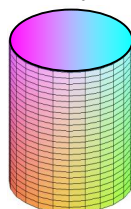
Prisma



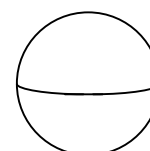
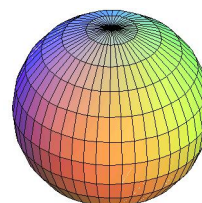
Kegel



Zylinder



Kugel



## GWM 5.11 Umfang, Flächeninhalt, Oberflächen

Umfang des Rechtecks:

$$U_R = 2 \cdot (l + b)$$

Umfang des Quadrates:

$$U_Q = 4 \cdot a$$

Flächeninhalt des Rechtecks:

$$A_R = l \cdot b$$

Flächeninhalt des Quadrates:

$$A_Q = a^2$$

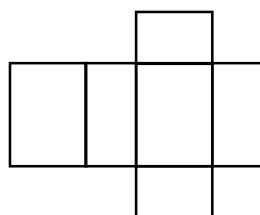
Oberflächeninhalt des Quaders:

$$O_Q = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$$

Oberflächeninhalt des Würfels:

$$O_W = 6 a^2$$

Netz des Quaders

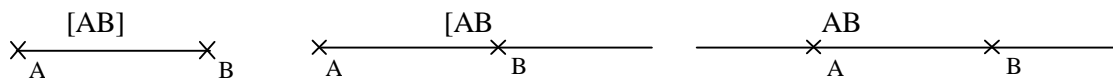


**GWM 5.12 Strecken, Geraden, Winkel**

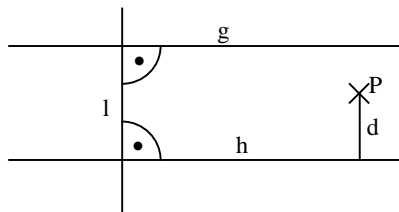
Eine **Strecke** ist die kürzeste Verbindung zweier Punkte.  
 Der Abstand von Anfangs- und Endpunkt ist die **Länge der Strecke** [AB].  
 Verlängert man eine Strecke über einen Punkt bzw. über beide Punkte hinaus, so entsteht eine **Halbgerade** bzw. **Gerade**.

[AB] „Strecke AB“  
 $\overline{AB} = 5\text{cm}$  „Länge der Strecke“

Beispiele:



g ist parallel zu h:  $g \parallel h$   
 g ist senkrecht zu l (g ist Lot zu l):  $g \perp l$



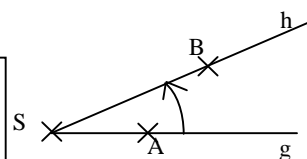
Der **Abstand** d eines Punktes P von einer Geraden ist die Länge der senkrechten Verbindungsstrecke.

Zwei Halbgeraden mit demselben Anfangspunkt S teilen die Ebene in zwei Teile.  
 Jeder Teil (mit Rand) heißt **Winkel**.

**Winkelarten:**

- Nullwinkel:  $\alpha = 0^\circ$
- spitze Winkel:  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$
- rechter Winkel:  $\alpha = 90^\circ$
- stumpfe Winkel:  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$
- gestreckter Winkel:  $\alpha = 180^\circ$
- überstumpfe Winkel:  $180^\circ < \alpha < 360^\circ$

**Bezeichnungen:**  
 $\sphericalangle(g,h)$  oder  $\sphericalangle ASB$   
 oder  
**kleine griechische Buchstaben:**  
 α alpha,            β beta,  
 γ gamma,            δ delta,  
 ε epsilon,           η eta,  
 θ theta,             μ my,  
 σ sigma,             τ tau  
 φ phi,                ω omega

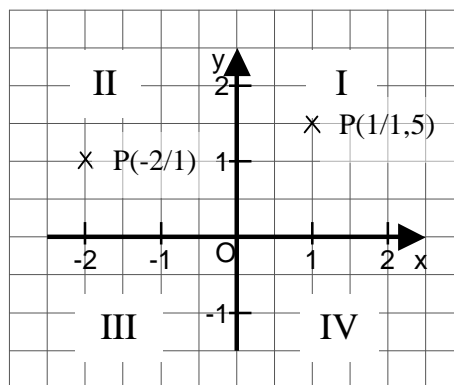


**GWM 5.13 Koordinatensystem**

Ein Koordinatensystem besteht aus zwei senkrechten Zahlenstrahlen mit gemeinsamem Nullpunkt.  
 Die x-Achse heißt auch Abszisse, die y-Achse auch Ordinate.

Ein Punkt P(x/y) ist durch seine Koordinaten festgelegt.

Die Ebene wird in vier Quadranten unterteilt.



**GWM 5.14 Zählprinzip, Baumdiagramm**

Veranschaulichung am **Baumdiagramm**:  
 Jeder Pfad durch den Baum steht für eine Kombinationsmöglichkeit.  
 Hat die erste Verzweigung n Äste und die zweite m Äste, so gibt es  $n \cdot m$  Möglichkeiten.

Beispiel: Es gibt rote (r), grüne (g) und blaue (b) Schuluniformen. Sie sind als T-Shirt T oder Sweatshirt S erhältlich.  
 Es gibt  $3 \cdot 2 = 6$  Möglichkeiten, nämlich: rT, gT, bT, rS, gS, bS.

