Übungsblatt 1. SA mit Lösungen

1. Fülle die Tabelle aus

Vorgänger		898 989		
Zahl	115			1 519 900
Nachfolger			9000	

   Literatur: Materialien Mathematik M49, Weiterentwicklung der Unterrichtskultur im Fach Mathematik (WUM), Anregungen für neue Wege im 5. Schuljahr, Landesinstitut für Erziehung und Unterricht Stuttgart

Lösung:

Vorgänger	114	898 989	8998	1 519 899
Zahl	115	898 990	8999	1 519 900
Nachfolger	116	898 991	9000	1 519 901

2. Trage die folgenden Zahlen auf einem geeigneten Zahlenstrahl ein:

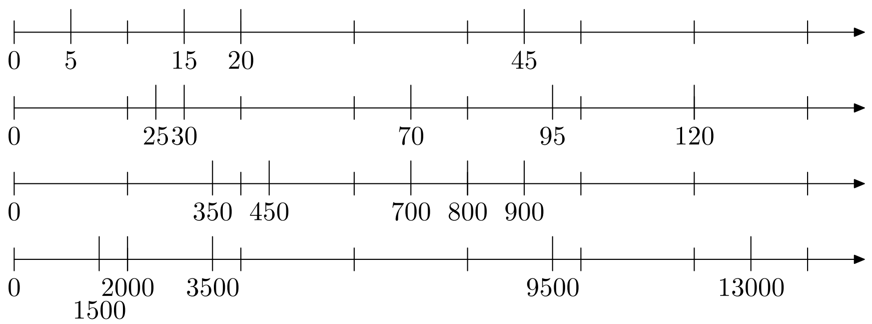
   (a) 20, 5, 45, 15

   (b) 70, 120, 30, 25, 95

   (c) 700, 350, 800, 450, 950

   (d) 13 000, 1 500, 9 500, 2 000, 3 500

Lösung:



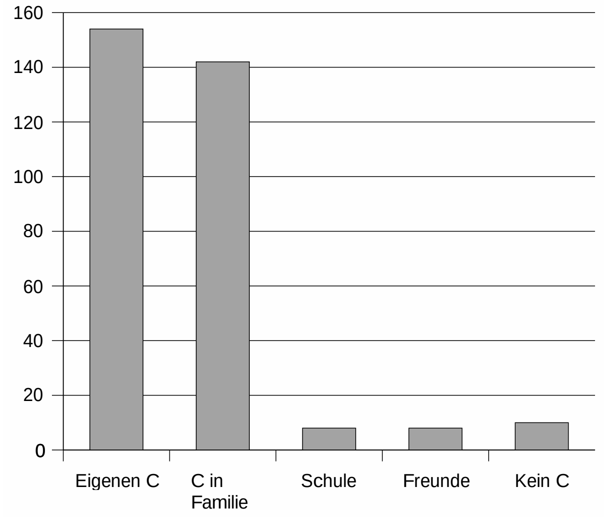
3. Auf einem Zahlenstrahl sollen die Zahlen 21 und 49 möglichst genau eingezeichnet werden. Wähle eine geeignete Einheit (nicht 1 mm!), zeichne den Zahlenstrahl und trage die beiden Zahlen ein.

Lösung: Z. B. $1 \mathrel{\widehat{=}} 2\,\text{mm}$ oder $7 \mathrel{\widehat{=}} 1\,\text{cm}$

4. Von 322 Schülern haben 154 einen eigenen Computer, 142 einen Computerzugang in der Familie (aber keinen eigenen Computer), 8 haben einen Computerzugang in der Schule, 8 einen Computerzugang bei Freunden und 10 haben keinen Computerzugang.

   Stelle die verschiedenen Arten des Computerzugangs ein einem Diagramm dar.

Lösung: Diagramm:



5. In der Klasse 6e sind 28 Schüler.

   (a) In der ersten Mathematikschulaufgabe, die sehr leicht war, ergab sich folgende Notenverteilung:

1	2	3	4	5	6
11	9	6	1	1	0

   Stelle die Notenverteilung in einem Balkendiagramm dar und berechne die Durchschnittsnote.

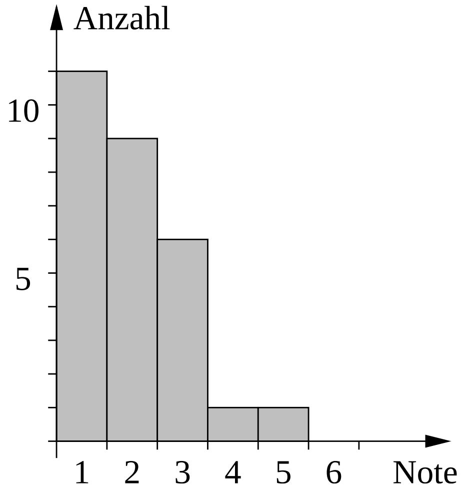
   (b) Nach dem Erfolg der ersten Schulaufgabe glaubten viele Schüler, dass man in Mathematik nicht viel lernen muss. Promt fiel die zweite Schulaufgabe sehr schlecht aus:

1	2	3	4	5	6
1	2	6	10	5	4

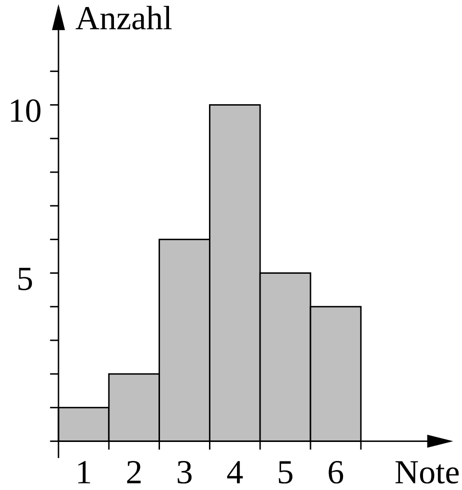
   Stelle die Notenverteilung wieder in einem Balkendiagramm dar und berechne die Durchschnittsnote.

   (c) Die Durchschnittsnote der dritten Schulaufgabe war genau drei. Finde eine mögliche Notenverteilung, in der jede Note von eins bis sechs mindestens einmal vorkommt und zeichne das Balkendiagramm der Verteilung.

Lösung:



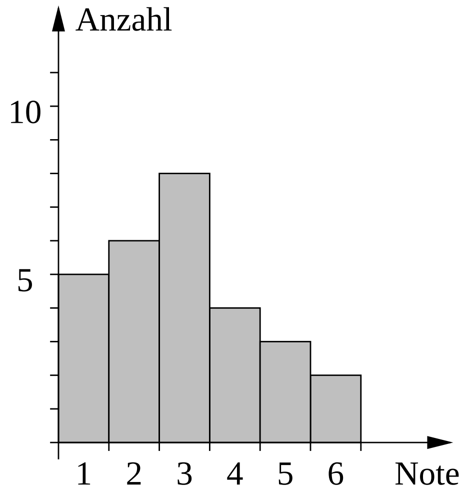
(a) Durchschnittsnote:
$(11\cdot 1+9\cdot 2+6\cdot 3+1\cdot 4+1\cdot 5) : 28 = 2$



(b) Durchschnittsnote:
$(1\cdot 1+2\cdot 2+6\cdot 3+10\cdot 4+5\cdot 5+4\cdot 6) : 28 = 4$

(c) Ausgangspunkt ist die Verteilung mit 28 mal Note 3. Zweimal Note 3 kann man durch einmal 1 und einmal 5 oder durch einmal 2 und einmal 4 ersetzen. Man kann auch dreimal 3 durch zweimal 4 und einmal 1 oder durch einmal 1, einmal 2 und einmal 6 ersetzen.

1	2	3	4	5	6
0	0	28	0	0	0
1	0	26	0	1	0
1	1	24	1	1	0
2	2	21	1	1	1
4	2	17	1	3	1
4	5	11	4	3	1
5	6	8	4	3	2



Probe:
$(5\cdot 1+6\cdot 2+8\cdot 3+4\cdot 4+3\cdot 5+2\cdot 6) : 28 = 3$

6. (a) Nenne die größte vierstellige Zahl, die genau eine 9 enthält.
   (b) Nenne die größte vierstellige Zahl, die genau eine 8 enthält.
   (c) Nenne die größte vierstellige Zahl, die keine Ziffer zweimal enthält.
   (d) Nenne die kleinste vierstellige Zahl, die keine Ziffer zweimal enthält.

Lösung: (a) 9888
(b) 9998
(c) 9876
(d) 1023

7. Das Licht legt in einem Jahr die Strecke neun Billiarden vierhundertsechzig Billionen achthundertfünfundneunzig Milliarden zweihunderteinundzwanzig Millionen Meter zurück. Diese Strecke nennt man ein Lichtjahr (1 LJ). Schreibe 1 LJ in Ziffern.

Lösung: 9 460 895 221 000 000 m

8. 27 Schüler kann man auf 10 888 869 450 418 352 160 768 000 000 Arten nebeneinander aufstellen. Wie heißt diese Zahl?

Lösung: 10 Quadrilliarden 888 Quadrillionen 869 Trilliarden 450 Trillionen 418 Billiarden 352 Billionen 160 Milliarden 768 Millionen

9. (a) Schreibe in Worten: 12 000 008 057 020 010
   (b) Schreibe in Ziffern: zehn Billionen fünfzehntausendsiebenundachtzig
   (c) Schreibe in Worten: 11 000 008 507 020 030
   (d) Schreibe in Ziffern: Neun Billionen fünfzigtausendsiebenundachtzig
   (e) Schreibe in Worten: 30 088 207 012 030
   (f) Schreibe in Ziffern: Sieben Billiarden zehn Millionen fünfzehntausendsieben
   (g) Schreibe in Worten: 90 000 020 000 030

Lösung:
(a) zwölf Billiarden acht Milliarden siebenundfünfzig Millionen zwanzigtausendzehn
(b) 10 000 000 015 087
(c) elf Billiarden acht Milliarden fünfhundertsieben Millionen zwanzigtausenddreißig
(d) 9 000 000 050 087
(e) dreißig Billionen achtundachzig Milliarden zweihundertsieben Millionen zwölftausenddreißig
(f) 7 000 000 010 015 007
(g) neunzig Billionen zwanzig Millionen und dreißig

10. Schreibe das Ergebnis ausführlich und in der lesbaren Form hin:
   (a) 1 Billiarde - 10 Milliarden =
   (b) 1 Trillion - 100 Billionen + 20 Milliarden =

Lösung:
(a) 999 990 000 000 000 = 999 Billionen 990 Milliarden
(b) 999 900 020 000 000 000 = 999 Billiarden 900 Billionen 20 Milliarden

11. (a) Schreibe das Ergebnis mit allen Ziffern und in der leicht lesbaren Form:

$$1\,\text{Trilliarde} - 20\,\text{Billionen} + 4\,\text{Milliarden} =$$

(b) Wie oft muss man einen Koffer mit einer Million Euro vollpacken, um 10 Billionen Euro zu erhalten?

Lösung: (a) 999 999 980 004 000 000 000 =

= 999 Trillionen 999 Billiarden 980 Billionen 4 Milliarden

(b) 10 Millionen mal

12. (a) Schreibe mit allen Ziffern: 20 Trilliarden 800 Billionen 70 Millionen

(b) Verwandle in die Sprechschreibweise: 450 000 030 007 000 001 000

(c) Wie viele Nullen hat 1 Million mal 1 Billiarde? Wie heißt diese Zahl?

Lösung: (a) 20 000 000 800 000 070 000 000

(b) 450 Trillionen 30 Billionen 7 Milliarden 1 Tausend

(c) $6 + 15 = 21$ Nullen, 1 Trilliarde

13. (a) Runde die Zahl 5734 auf 10er, 100er, 1000er und 10000er und gib jeweils den Rundungsfehler an.

(b) Gib die Zahlen in einer Doppelungleichung an, die auf ganze Hunderter gerundet die Zahl 1300 ergeben.

Lösung: (a) 5730 (Rundungsfehler: 4), 5700 (Rundungsfehler: 34), 6000 (Rundungsfehler: 266), 10000 (Rundungsfehler: 4266)

(b) $1250 \leq z < 1350$

14. (a) Fülle die folgende Tabelle aus!

Zahl	gerundet auf Zehner	gerundet auf Hunderter	gerundet auf Tausender	gerundet auf Zehntausender
6854				
15036				
1596				
24449				

(b) Nenne jeweils ein Beispiel, wo das Runden sinnvoll und wo das Runden unsinnig ist!

(c) Eine Zahl wird auf Hunderter gerundet. Das Ergebnis ist

i. 1700.

ii. 3500.

Zwischen welchen Zahlen liegt die ursprüngliche Zahl?

Lösung: (a)

Zahl	gerundet auf Zehner	gerundet auf Hunderter	gerundet auf Tausender	gerundet auf Zehntausender
6854	6850	6900	7000	
15036	15040	15000	15000	20000
1596	1600	1600	2000	
24449	24450	24400	24000	20000

(b)

(c) i. Die urspüngliche Zahl ist kleiner 1750 und größer gleich 1650.

ii. Die urspüngliche Zahl ist kleiner 3550 und größer gleich 3450.

15. Die folgende Tabelle enthält für die wichtigsten Sportarten die Zahl der Vereinsmitglieder:

Fußball	5245535
Handball	826873
Leichtathletik	848732
Reiten	601815
Schwimmen	610771
Tennis	2249528
Tischtennis	769024
Turnen	4244849

Versuche, die Mitgliederzahlen der einzelnen Sportarten in einer Zeichnung darzustellen. Man soll aus der Zeichnung sehr schnell erkennen können, welche Sportart viele und welche Sportart wenige Mitglieder hat.

Literatur: Materialien Mathematik M49, Weiterentwicklung der Unterrichtskultur im Fach Mathematik (WUM), Anregungen für neue Wege im 5. Schuljahr, Landesinstitut für Erziehung und Unterricht Stuttgart

Lösung: Hinweis: Zu Erstellung eines geeigneten Diagramms ist es sinnvoll die Mitgliederzahlen zu runden!

16. Bei einem Fußballspiel waren 10823 Zuschauer im Stadion. Ein Sportreporter möchte in einem Bericht über das Fußballspiel die Anzahl der Zuschauer angeben. Welche Zahl sollte er in seinem Bericht nennen? Begründe deine Meinung.

Lösung: Bei dieser Aufgabe sind mehrere Lösungen mit einer entsprechenden Begründung möglich:
11000: 10823 runden auf Tausender
10000: 10823 runden auf Zehntausender
10823: man kennt die Zuschauerzahl genau

17. Mexico-City hat, auf ganze Hunderttausender gerundet, 20 000 000 Einwohner. Wie viele Menschen leben mindestens, wie viele höchstens in dieser Stadt?

Lösung: mindestens 19 950 000, höchstens 20 049 999

18. Das Diagramm zeigt, wie viele Millionen Tonnen Güter 1998 über die wichtigsten Alpenpässe transportiert wurden. Es ist aufgegliedert nach Verkehrsmittel und durchquertem Alpenland.

(a) Welche Gütermenge wurden mit der Bahn transportiert?

(b) Stelle dir vor, die gesamten 100 Millionen Tonnen Güter werden auf Lkw mit jeweils 20 t Nutzlast und 12 m Länge verteilt. Wie viele Kilometer wäre diese Lkw-Schlange lang, wenn die Fahrzeuge lückenlos aneinandergereiht werden?

(c) Bei den Zahlenangaben im Diagramm handelt es sich um Werte, die auf ganze Millionen gerundet sind. Um wie viele Tonnen kann die Gütermenge, die 1998 mit Lkw über die wichtigsten Alpenpässe in der Schweiz tatsächlich transportiert wurde, vom Wert im Diagramm maximal abweichen?

Literatur: Bayerischer Mathematik Test 2002

Lösung: (a) 40 Mio. t

(b) 60 000 km

(c) Abweichung nach oben $< 500\,000$ t
Abweichung nach unten $\leqq 500\,000$ t

19. Ein Fußballer verdient im Jahr, auf ganze Zehntausend Euro gerundet, zwei Millionen Euro. Wie viel verdient er höchstens, wieviel mindestens?

Lösung: Mindestens 1 995 000,00 €, höchstens 2 004 999,99 €

20. (a) Welche natürlichen Zahlen ergeben 70000, wenn man sie auf ganze Tausender rundet?

(b) In Indien leben, auf halbe Millionen gerundet, achthundert Millionen Menschen. Wie viele Leute leben mindestens und wie viele höchstens in Indien?

Lösung: (a) 69 500, 69 501, ... 70 499

(b) mindestens 799 750 000, höchstens 800 249 999

21. Gib die Teilermengen der Zahlen 315 und 154 an und entscheide ob die zwei Zahlen teilerfremd sind.

Lösung: $T_{315} = \{1{,}3, 5{,}7, 9{,}15{,}21{,}35{,}45{,}63{,}105{,}315\}$;
$T_{154} = \{1{,}2, 7{,}11{,}14{,}22{,}77{,}154\}$;
$T_{315} \cap T_{154} = \{1{,}7\}$, also sind die Zahlen 315 und 154 nicht teilerfremd.

22. Bestimme alle zweistelligen natürlichen Zahlen x, welche zugleich folgende Bedingungen erfüllen:

- x ist größer als 60,
- x hat genau vier Teiler,
- x ist ungerade,
- vertauscht man bei x die beiden Ziffern, so erhält man eine Primzahl.

Begründe, warum du die gesuchten Zahlen schneller findest, wenn du dich nicht streng an die vorgegebene Reihenfolge der Bedingungen hältst.
Begründe, warum die vierte Bedingung die 60er und 80er Zahlen ausschließst.
In welcher Reihenfolge führen die Bedingungen deiner Meinung nach am schnellsten zur Lösung?

Literatur: Routineaufgaben - erweitert und variiert, Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung München, 1999

Lösung: Die Zahlen 91 und 95 erfüllen alle geforderten Eingenschaften.
Eine zu frühe Einbeziehung der zweiten Bedingung ist wenig effektiv.
Zahlen mit den Endziffern 6 und 8 sind durch 2 teilbar. Nach dem Vertauschen wird die Endziffer zur Zehnerziffer. Damit schließt die vierte Bedingung die 60er und 80er Zahlen aus.

23. Berechne folgende Teilermengen:

(a) $T(63)$
(b) $T(156)$

Lösung: (a) $T(63) = \{1, 3, 7, 9, 21, 63\}$
(b) $T(156) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12, 13, 26, 39, 52, 78, 156\}$

24. (a) Bestimme die Teilermenge und die Vielfachenmenge von 24.
(b) Um welche Vielfachenmenge handelt es sich? $\_\_ = \{\_\_;\_\_;\_\_; 28; \_\_; \ldots\}$

(c) Um welche Teilermenge handelt es sich? __ = {__; __; 9; __; __}

(d) Welche Zahlen haben eine ungerade Anzahl von Elementen in der Teilermenge?

Lösung: (a) $T_{24} = \{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$, $V_{24} = \{24; 48; 72; \dots\}$
(b) $V_7 = \{7; 14; 21; 28; 35; \dots\}$
(c) $T_{81} = \{1; 3; 9; 27; 81\}$
(d) Quadratzahlen

25. Lucas würfelt dreimal und schreibt die Augenzahlen nebeneinander. Wie viele verschiedene

(a) dreistellige Zahlen sind dabei möglich?

(b) gerade dreistellige Zahlen sind dabei möglich?

(c) dreistellige Quadratzahlen sind dabei möglich?

Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

Lösung: (a) $6^3 = 216$ (b) $6 \cdot 6 \cdot 3 = 108$,
(c) 8, nämlich 121, 144, 225, 256, 324, 361, 441, 625

26. (a) Wie viele verschiedene dreistellige Zahlen lassen sich aus den Ziffern 3, 5 und 7 bilden?

(b) Wie viele verschiedene dreistellige Zahlen mit zwei Ziffern 5 bzw. mit einer Ziffer 5 gibt es?

Lösung: (a) 6 (b) 26 bzw. 225

27. **Handy-PINs**

(a) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für eine vierstellige Handy-PIN?

(b) Wie viele verschiedene PINs lassen sich aus den Ziffern 2, 3, 4 und 5 bilden, wenn jede der Ziffern auch mehr als einmal vorkommen darf?

(c) Manuelas Handy-PIN ist gerade und hat die Ziffern 1, 3, 4, und 5. Wie könnte ihre PIN lauten? Gib alle Möglichkeiten an.

(d) Der Produktwert der Ziffern von Stefans Handy-PIN ist 21. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für Stefans PIN? Gib sie alle an.

(e) Beas und Kais Handy-PINs sind verschieden, bestehen aber aus den gleichen Ziffern 5, 7, 3 und 9. Um mindestens wie viel unterscheiden sie sich?

(f) Die Tausenderziffer von Leos Handy-PIN ist 8, die Zehnerziffer 7; die Einerziffer ist dreimal so groß wie die Hunderterziffer. Wie könnte Leos PIN lauten? Gib alle Möglichkeiten an.

Quelle: Mathe-Bingo, Grundlagen der Stochastik, Das Mathe-Spiel für Schule und Zuhause, Ulrike Schätz, C. C. Buchners Verlag, Bamberg 2005

Lösung: (a) $10^4 = 10000$

(b) $4^4 = 256$

(c) 6 Möglichkeiten: 1354, 1534, 3154, 3514, 5134, 5314

(d) 12 Möglichkeiten:1173, 1137, 1371, 1731, 1713, 1317, 7113, 3117, 7131, 3171, 3711, 7311

(e) Sie unterscheiden sich um mindestens 18, z. B. $3597 - 3579$.

(f) 4 Möglichkeiten: 8070, 8173, 8276, 8379