

Übungsblatt zur 3. SA M 10b

1. Vierfeldertafeln

- (a) Ergänze die Vierfeldertafel und gib $P(A \cap B)$ an.

	A	\bar{A}	
B	0,21		
\bar{B}		0,52	0,77
			1

- (b) Ergänze die Vierfeldertafel und gib $P(\bar{A} \cap B)$ an.

	A	\bar{A}	
B	0,20		0,55
\bar{B}	0,13		
			1

2. (a) In einer Schule haben 10% der 900 Schüler ein Mofa, 80% ein Fahrrad; 90% der Fahrradbesitzer haben kein Mofa. Wie viele Schüler haben weder ein Mofa noch ein Fahrrad?
- (b) In einem Flugzeug mit 250 Plätzen sind 241 Plätze belegt. Wie viele verschiedene Möglichkeiten für die Lage der neun freien Plätze gibt es?

3. Vierfeldertafeln

- (a) Ergänze die Vierfeldertafel und gib $P(A)$ an.

	A	\bar{A}	
B			0,55
\bar{B}	0,13		
		0,65	1

- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt weder A noch B ein?

	A	\bar{A}	
B	0,22		0,55
\bar{B}	0,13		
			1

4. Neun von zehn Ungeborenen bevorzugen im Mutterleib den rechten Daumen zum Lutschen. Forscher fanden heraus, dass alle Kinder, die rechts genuckelt hatten, im Alter von 10 bis 12 Jahren Rechtshänder waren. Zwei Drittel der Kinder, die im Mutterleib am linken Daumen lutschten, waren Linkshänder.

- (a) Wie viel Prozent der Kinder sind Linkshänder geworden, wie viel Prozent Rechtshänder?
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat ein Rechtshänder vor der Geburt am linken Daumen genuckelt?

5. In einem Betrieb sind 60% Männer beschäftigt. Von den Betriebsangehörigen rauchen 10%. Unter den weiblichen Betriebsangehörigen rauchen 15%.

- (a) Berechnen Sie den Anteil der weiblichen Raucher.
- (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein beliebig herausgegriffener Betriebsangehöriger
 - i. männlich, falls die Person raucht?
 - ii. Raucher, falls die Person männlich ist?

6. Vierfeldertafeln

Gegeben ist folgender Zeitungsartikel:

Fahrstuhleffekt im Schulsystem

Eltern wünschen höheren Bildungsabschluss für Kinder

37% aller 10– bis 16jährigen Kinder besuchen derzeit die Schulform Gymnasium. Jedoch nur 35% dieser Jugendlichen haben Eltern, die selbst zum Gymnasium gingen. Umgekehrt findet man unter den Schülerinnen und Schülern, die eine Haupt- oder Realschule besuchen, nur 8%, deren Eltern ein Gymnasium absolvierten.

- (a) Stellt die Informationen des Zeitungsartikels in einem zweistufigen Baum dar.
- (b) Stellt eine Vierfeldertafel dazu auf.
- (c) Entwickelt aus (b) das umgekehrte Baumdiagramm.
- (d) Verfasst auf Grundlage der nun gewonnenen Daten einen Zeitungsartikel.

Quelle: PM 2/41 (1999)

7. Krebsfrüherkennung

Im Folgenden sind die Ergebnisse eines schwedischen Modellversuchs zur Krebsfrüherkennung durch Mammographie dargestellt:

		Vorliegen einer Krebserkrankung		gesamt
		ja	nein	
Untersuchungs-Ergebnis	auffällig	0,75%	2,62%	3,37%
	ohne Befund	0,07%	6,56%	96,63%
gesamt		0,82%	99,18%	100%

- (a) Welche Informationen kann man aus diesen Daten entnehmen?
- (b) Versucht mithilfe dieser Resultate Außenstehende über die mathematischen Hintergründe einer solchen Vorsorgeuntersuchung zu informieren. Erstellt ein entsprechendes Wandplakat.

Quelle: PM 6/42 (2000)

8. Lösen Sie folgende Gleichung durch Faktorisieren:

$$x^{11} - 16x^7 + 64x^3 = 0$$

9. Zeigen Sie, dass $x_0 = -2$ eine Nullstelle des Polynoms

$$p(x) = x^5 + 2x^4 - 34x^3 - 68x^2 + 225x + 450$$

ist.

Zerlegen Sie dann das Polynom in Linearfaktoren und geben Sie alle Nullstellen an.

10. Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung: $x^3 - x^2 - 10x - 8 = 0$

11. Zerlegen Sie das Polynom f vollständig in Linearfaktoren:

$$f(x) = 2x^4 - x^3 - 15x^2 + 18x$$

12. Führen Sie eine Polynomdivision durch:

$$(48x^5 - 111x^3 + 83x^2 + 15x - 35) : (4x^2 + 3x - 7)$$

13. Gegeben ist das Polynom $p(x) = 2x^3 + (3k - 4)x^2 + (5 - 6k)x - 10$ mit $k \in \mathbb{R}$.
- Zeigen Sie, dass das Polynom für alle $k \in \mathbb{R}$ bei 2 eine Nullstelle besitzt.
 - Zerlegen Sie das Polynom in ein Produkt aus zwei Polynomen!
 - Für welche $k \in \mathbb{R}$ besitzt das Polynom $p(x)$ noch genau eine weitere Nullstelle?
14. Gegeben sei die Potenzfunktion $x \mapsto a \cdot x^b$ mit $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{Z}$. Welche Aussagen können Sie jeweils über a und b treffen, wenn
- der Graph der Funktion durch den Punkt $(1|7)$ verläuft und symmetrisch zur y -Achse ist?
 - der Graph der Funktion punktsymmetrisch zum Ursprung ist und die x -Achse Asymptote des Funktionsgraphen ist?
 - der Graph der Funktion im I. Quadranten monoton fallend und im II. Quadranten monoton steigend ist?
 - der Graph der Funktion im I. Quadranten monoton steigend und im II. Quadranten monoton fallend ist?
 - der Graph der Funktion im I. und im III. Quadranten monoton steigend ist?
 - der Graph der Funktion im I. und im III. Quadranten monoton fallend ist?
15. Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto x^{-2}$
- Fertigen Sie eine sorgfältige Zeichnung des Graphen dieser Funktion an. (Einheit 1 cm auf beiden Achsen, mindestens 4 Punkte pro Kurvenast.)
 - Berechnen Sie die x -Werte, für die der Funktionswert kleiner als $\frac{1}{2}$ ist?
 - Berechnen Sie die x -Werte, für die der Funktionswert größer als 1 ist?
16. Gegeben sind die Funktionen $f : x \mapsto \frac{1}{3} \cdot x^2$ mit $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$ und $g : x \mapsto -3 \cdot x^{-1}$ mit $\mathbb{D}_g = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- Legen Sie jeweils für $x = 1, 2, 3, 4$ eine Wertetabelle an und zeichnen Sie ohne weitere Rechnung die Graphen beider Funktionen im Intervall $[-4; 4]$ in ein Koordinatensystem (Längeneinheit: 1 cm) ein. Welche Eigenschaften der Funktionen f und g verwenden Sie dabei?
 - Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S beider Funktionsgraphen!

17. Ein Würfel habe die Kantenlänge $2a$.

- (a) Geben Sie die Funktionsgleichung der Funktion an, die jedem a das Volumen des entsprechenden Würfels zuordnet.
Zeichnen Sie den zugehörigen Graphen für $0 \leq a \leq 1$ in ein Koordinatensystem.
(Einheit auf der a -Achse: 10 cm; Einheit auf der V -Achse: 1 cm)
- (b) Geben Sie die Funktionsgleichung der Funktion an, die dem Radius a einer Kugel das Volumen dieser Kugel zuordnet. Zeichnen Sie den zugehörigen Graphen in dasselbe Koordinatensystem.
- (c) Vergleichen Sie für gleiches a das Volumen des Würfels mit dem der Kugel!
Deuten Sie Ihr Ergebnis anschaulich!
- (d) Entnehmen Sie der graphischen Darstellung, wie groß der Radius einer Kugel ist, deren Volumen gleich dem Volumen eines Würfels mit der Kantenlänge 1 m ist.