Übungsblatt 10 SA 1

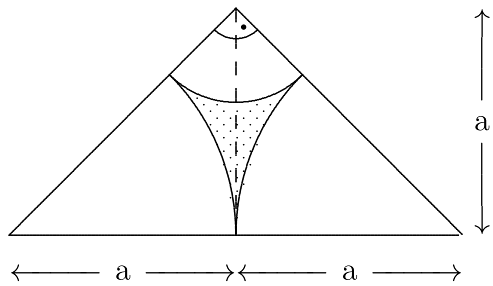
1. Gib folgende Winkel

   (a) im Gradmaß auf 3 geltende Ziffern genau an: $\frac{3}{4}\pi$; 2,87

   (b) im Bogenmaß als Vielfache von π und als Dezimalzahl mit 3 geltenden Ziffern an: 120°; 72°

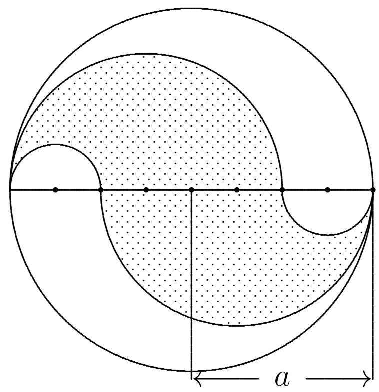
2. Drei sich von außen berührende Kreise vom Radius r schließen miteinander ein Flächenstück ein. Berechnen Sie dessen Umfang und Inhalt!

3. Man berechne Umfang und Inhalt der schattierten Fläche!

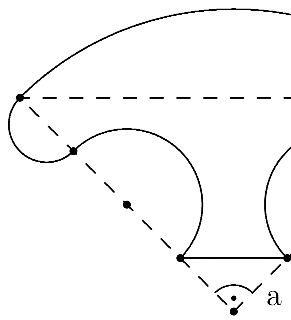


4. (a) Berechnen Sie Inhalt und Umfang der schraffierten Fläche. (Der Kreisdurchmesser ist in 8 gleiche Abschnitte geteilt. Der Radius soll mit a bezeichnet werden.)

   (b) In welchem Verhältnis stehen die schraffierte und die nicht schraffierte Fläche zueinander? Begründung.

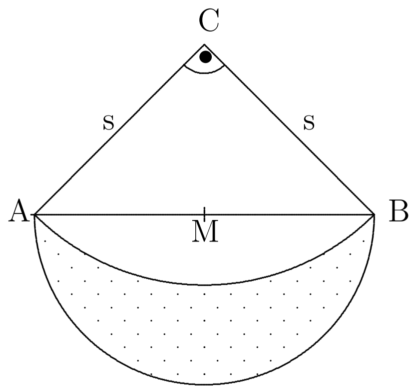


5. Berechnen Sie Fläche und Umfang der Figur in Abhängigkeit von a. (Beide Dreiecke sind gleichschenklig-rechtwinklig, die Katheten werden durch die markierten Punkte gleichmäßig im Abstand a geteilt, die Kreismittelpunkte liegen auf den Katheten.)



6. An den Orten B und C mit $\overline{BC} = 100\,\text{km}$ ist je ein Radiosender aufgestellt. Beide Sender haben eine Reichweite von $a = 100\,\text{km}$. G ist die Menge aller Punkte, an denen beide Sender gleichzeitig empfangen werden können. Fertigen Sie eine genaue Zeichnung des Sachverhaltes im Maßstab $1 : 2\,000\,000$ an und berechnen Sie den Flächeninhalt A von G. Drücken Sie A zuerst allgemein durch a aus und setzen Sie dann Zahlen ein (drei geltende Ziffern)!

7. Das Dreieck ABC ist gleichschenklig und rechtwinklig. Mit s ist die Kathetenlänge bezeichnet. M halbiert die Hypotenuse $[AB]$.
   Berechnen Sie den Flächeninhalt und den Umfang der punktierten Sichel in Abhängigkeit von s!



8. Eine Firma erhält den Auftrag, Eisenkugeln zum Kugelstoßen herzustellen. Welchen Durchmesser müssen die Kugeln mit der Masse $m = 5\,\text{kg}$ haben?
   (Dichte von Eisen: $\varrho = 7{,}9\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

9. Eine geschälte Orange von $4\,\text{cm}$ Radius besteht aus 16 gleichen Schnitzen. Berechnen Sie Volumen und Oberfläche eines Schnitzes!

10. Eine Kugel mit dem Radius R hat das gleiche Volumen wie eine Halbkugel mit dem Radius r. Berechnen Sie das Verhältnis der Oberflächen von Halbkugel und Kugel.

11. Um wieviel Prozent muss die Kantenlänge eines Würfels vergrößert werden, damit der vergrößerte Würfel das gleiche Volumen wie die Umkugel des ursprünglichen Würfels hat?

12. Tennisbälle werden in Sportgeschäften häufig in zylindrischen Blechdosen angeboten. dabei werden 4 Bälle übereinander in der Dose gestapelt. Wie groß ist der in der Dose verbleibende Hohlraum, wenn man von einem Balldurchmesser von 7cm ausgeht. Um welchen Anteil des Dosenvolumens handelt es sich dabei?

13. Ein Hohlzylinder (Höhe $h = 10\,\text{cm}$; Außendurchmesser $d = 3\,\text{cm}$; Wanddicke $a = 2\,\text{mm}$) aus Blei wird geschmolzen und
a) in eine Vollkugel
b) in eine Hohlkugel mit gleicher Wanddicke a
umgeformt. Berechne jeweils den Außendurchmesser der Kugel!

14. **Stehaufmännchen**

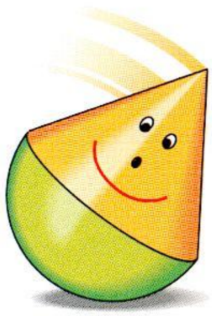
Ein 11 cm hohes Stehaufmännchen besteht aus einer Halbkugel von 4 cm Radius und einem aufgesetzten Kegel. Beide Teile sind aus dem gleichen Material.

(a) Wie groß ist der Rauminhalt?

(b) Wie viel Prozent des Rauminhaltes befinden sich in der Ruhelage unterhalb des Kugelmittelpunktes?

(c) Damit ein Stehaufmännchen funktioniert, darf der aufgesetzte Kegel höchstens so schwer sein wie die Halbkugel. Ist das hier der Fall?

(d) Wie hoch darf bei einem Stehaufmännchen der aufgesetzte Kegel höchstens sein, damit das Stehaufmännchen funktioniert?



15. Begründen Sie anhand einer Zeichnung:

$$\text{Für } 270^o < \alpha < 360^o \text{ gilt: } \sin\alpha = -\sin(360^o - \alpha)$$

16. Begründen Sie anhand einer Zeichnung:

$$\text{Für } 180^o < \alpha < 270^o \text{ gilt: } \cos\alpha = -\cos(\alpha - 180^o)$$

17. Bestimmen Sie im Intervall $[0^o; 360^o]$ bzw. $[0; 2\pi]$ die Winkel im Grad- und Bogenmaß (auf eine Dezimale genau), für welche gilt: $\cos x = -0{,}3759$

18. Für welche Winkel φ gilt: $\varphi \in [0^o; 360^o]$ und $\cos\varphi = -\sin\varphi$

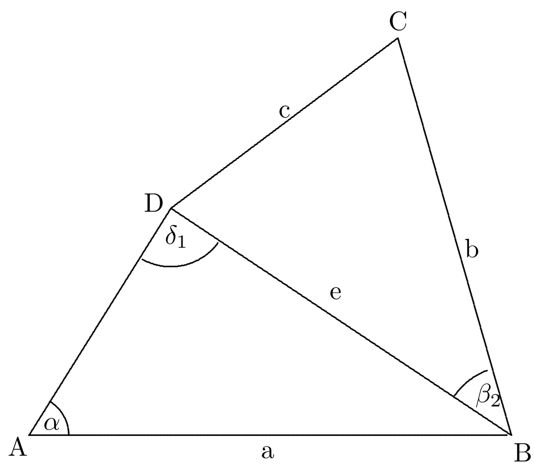
19. Gegeben ist ein Viereck $ABCD$ (siehe nachfolgende Skizze) mit a $= 9\,$m, b $= 14\,$m, c $= 11\,$m, e $= 17\,$m und $\delta_1 = 49°$.

    (a) Berechnen Sie den Winkel β_2.

    (b) Berechnen Sie den Winkel α. Welche Schwierigkeit tritt dabei auf? Wie ist sie erklärbar?

    (c) Berechnen Sie die beiden Möglichkeiten für α, wenn $\delta_1 = 17°$.

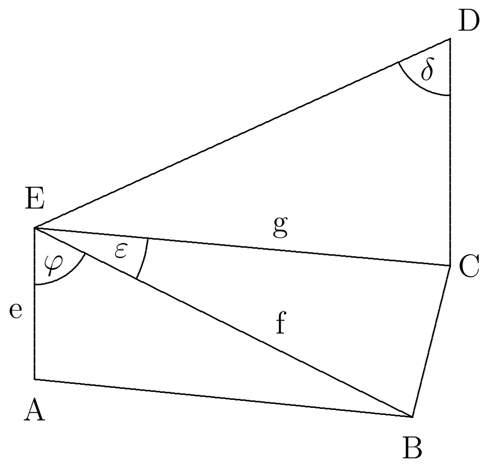
    (d) Welche Voraussetzung müsste erfüllt sein, damit es stets genau eine Lösung gibt?



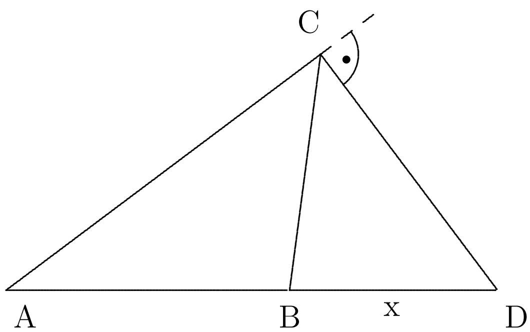
20. In nebenstehender Figur sind bekannt:
$e = 5{,}0\,\text{cm}$; $f = 7{,}0\,\text{cm}$; $g = 6{,}0\,\text{cm}$;
$A_{EBC} = 10{,}5\,\text{cm}^2$; $\delta = 50°$; $\varphi = 45°$
sowie $[AE] \| [DC]$.

    (a) Berechnen Sie den Winkel ε!
    (Ergebnis: $\varepsilon = 30°$)

    (b) Berechnen Sie die Diagonalenlänge $\overline{AD}$!

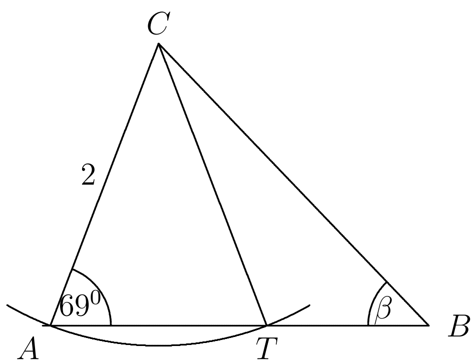


21. In der nebenstehenden, nicht maßstabgetreuen Figur sind gegeben:
$\overline{AB} = 5{,}22\,\text{cm}$;
$\overline{AC} = 7{,}15\,\text{cm}$;
$\overline{BC} = 3{,}20\,\text{cm}$.
Man berechne ohne Verwendung des Satzes von Pythagoras die Länge x der Strecke $[BD]$!

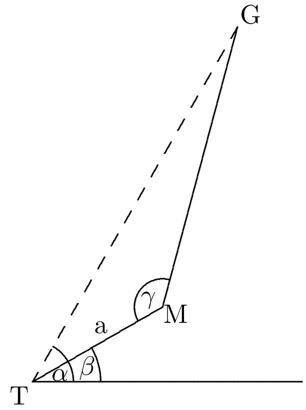


22.
    (a) Berechnen Sie die Länge der Basis und den Flächeninhalt des Dreiecks ATC aus den in der Zeichnung angegebenen Maßen.

    (b) Wie groß muss β sein, damit CT die Fläche des Dreiecks ABC halbiert?



23. Vom Punkt T der Talstation einer Tragseilbahn aus sieht man den Gipfel G eines Berges unter dem Höhenwinkel $\alpha = 60^o$.
Die Seilbahn fährt zunächst $a = 994\,\mathrm{m}$ weit unter einem Steigungswinkel von $\beta = 30^o$ zur Mittelstation M. Dort ist der Winkel $\gamma = \sphericalangle GMT = 135^o$, wobei die Punkte T, M und G in einer vertikalen Ebene liegen.
Wie hoch liegt der Gipfel G im Vergleich zur Talstation T?



24. Über einen Teich soll von A nach B eine Brücke gebaut werden.
Der Vermessungsingenieur misst:
$\overline{AP} = 287\,\mathrm{m}$
$\overline{PQ} = 326\,\mathrm{m}$
$\overline{QB} = 135\,\mathrm{m}$
$\sphericalangle APQ = 105^o$
$\sphericalangle PQB = 127^o$
Berechnen Sie die Länge der Brücke $\overline{AB}$!